

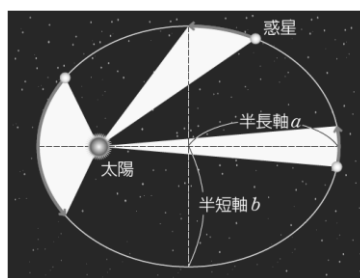
■ ケプラーの法則（惑星の運動に関する法則）

第1法則（楕円軌道の法則）

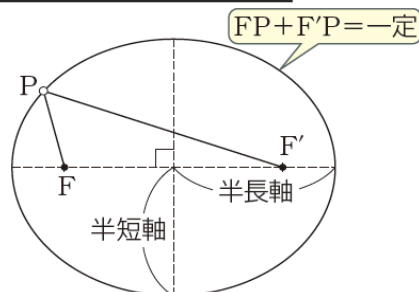
惑星は、太陽を1つの焦点とする楕円軌道上を運動する。

【楕円】

平面上の2定点F, F'からの距離の和が一定である点Pの軌跡を楕円といい、F, F'を楕円の焦点という。楕円上の2点を結ぶ線分のうち、2つの焦点を通るものを長軸、長軸を垂直に2等分するものを短軸という。長軸、短軸の半分の長さを、それぞれ半長軸、半短軸という。



◎図2 惑星の運動 3つの扇形は同じ時間に動径が描く領域を示しており、それぞれの面積は等しい。実際の惑星の軌道は、この図よりもはるかに円に近い。

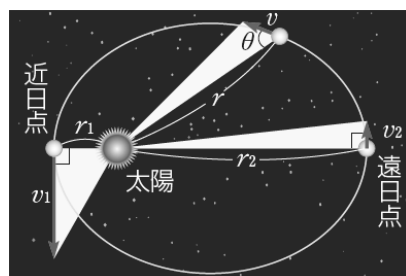


第2法則（面積速度一定の法則）

太陽と惑星とを結ぶ線分（動径）が、単位時間に描く面積（面積速度）は、それぞれの惑星について一定である。

【面積速度】

太陽と惑星とを結ぶ線分（動径）が単位時間あたりに描く面積は、動径を r 、惑星の速度を v 、動径と速度ベクトルのなす角を θ とすると、 $\frac{1}{2}rv\sin\theta$ と表される。



ケプラーの第2法則より、太陽から近日点までの距離を r_1 、遠日点までの距離を r_2 、近日点、遠日点での惑星の速さをそれぞれ v_1 、 v_2 とすると、 $\frac{1}{2}r_1v_1 = \frac{1}{2}r_2v_2$ の関係がある。

✓Check

天体の軌道上で、太陽から最も近い地点を近日点、最も遠い地点を遠日点という。

このことから、惑星の公転速度は一定ではなく、近日点で最も速く、遠日点で最も遅いことが分かる。

◎表1 主な惑星と彗星のデータ

1天文単位 $\approx 1.5 \times 10^{11}$ m = 地球の公転軌道の半長軸

惑星	公転周期 T [年]	半長軸 a [天文単位]	半長軸 a 半短軸 b	$\frac{T^2}{a^3}$
ハレー彗星	75.3	17.8341	3.933	0.9996
水星	0.2409	0.3871	1.02183	1.0001
金星	0.6152	0.7233	1.00002	1.0002
地球	1.0000	1.0000	1.00014	1.0000
火星	1.8809	1.5237	1.00439	1.0000
木星	11.8620	5.2026	1.00118	0.9992
土星	29.4572	9.5549	1.00154	0.9947
天王星	84.0205	19.2184	1.00107	0.9945
海王星	164.7701	30.1104	1.00004	0.9945

第3法則（調和の法則）

惑星の公転周期 T の2乗と、楕円軌道の半長軸 a の3乗の比の値はすべての惑星について同じ値である。

$$\frac{T^2}{a^3} = k \quad (k \text{ は一定})$$

惑星の公転軌道は正確には楕円であるが、表1からわかるように、大半の惑星の公転軌道はきわめて円に近い。したがって、ケプラーの第2法則により、近似的には、多くの惑星は太陽を中心とする等速円運動をしているとみなすことができる。

■ 万有引力

ニュートンは、太陽と惑星との間の引力に限らず、地球と月との間の引力や、地球と物体との間にはたらく重力も同じ力だと考えた。

さらに一般化して、あらゆる 2 つの物体の間には、それらの質量と距離だけで定まる引力が、普遍的にはたらいっていると考え、この力を**万有引力**とよんだ。

一般に、2 つの物体の間にはたらく万有引力の大きさ F [N] は、それらの質量 m_1 [kg] と m_2 [kg] の積に比例し、物体（の中心）間の距離 r [m] の 2 乗に反比例する。

これを**万有引力の法則**といい、下の式が成り立つ。ここで G はすべての物体に共通する定数なので、**万有引力定数**とよばれる。

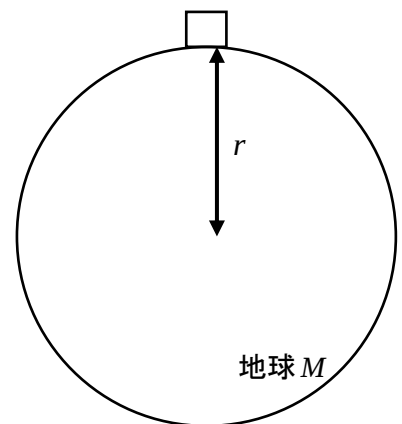
万有引力の法則

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (3)$$

F [N]	物体の間にはたらく万有引力の大きさ
G [N・m ² /kg ²]	万有引力定数
m_1 [kg], m_2 [kg]	それぞれの物体の質量
r [m]	物体間の距離

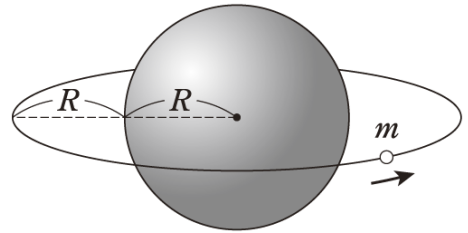
<地表における重力加速度>

問 1 地球の質量を M 、半径を R とする。地表における重力加速度の大きさ g を M 、 R と万有引力定数 G を用いて表せ。ただし、地球の自転は無視する。



＜人工衛星の運動＞

問2 地球の質量を M 、半径を R とする。地表から、高度 R の円軌道をまわっている質量 m の人工衛星について、人工衛星の速さ v を求めよ。ただし、万有引力定数を G とする。



＜第1宇宙速度＞

空気抵抗が無視できる場合に、山の頂上から水平方向に大砲の弾を発射（水平投射）することを考える。このとき、大砲の弾は、発射の初速度が小さいと地面に落ちるが、初速度が大きいほど弾は遠くに落ちる。

発射の初速度がある一定の大きさに達すると、弾は円運動を描き、地面に落下せずに地表すれすれを回り続けると考えられる。この速さを第1宇宙速度という。

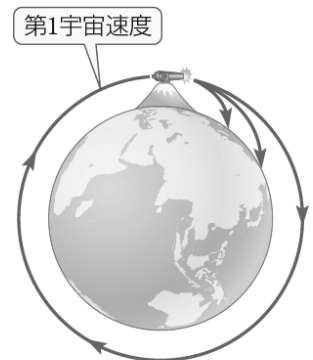


図5 第1宇宙速度

問3 地球の質量を M 、半径を R とする。第1宇宙速度 v_1 を M 、 R と万有引力定数 G を用いて表せ。

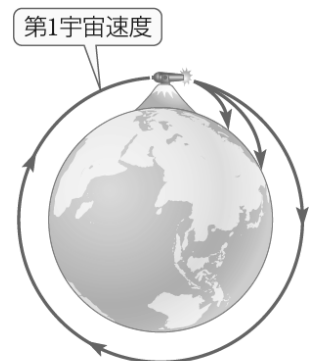


図5 第1宇宙速度